PREMIER EXERCICE

Le plan affine euclidien est rapporté à un repère orthonormé xOy.

On désigne par a une constante strictement positive.

On donne la courbe Γ définie par la représentation paramétrique suivante :

$$\begin{cases} x = av^3 \\ 2y = a(3v^2 + 2) \end{cases}$$

où le paramètre v est positif ($v \geqslant 0$).

1° Construire la courbe Γ.

On donne la courbe Γ est orientée dans le sens des paramètres croissants et on choisit pour origine des arcs le point A $(0, a)$. On désigne par M le point courant de Γ et par s son abscisse curviligne. Exprimer s à l'aide du paramètre v.

2° On désigne par $\vec{t}$ le vecteur unitaire de la tangente orientée. On définit le point P par la relation $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OM} - (s + a)\vec{t}$. Déterminer, à l'aide de v, les coordonnées X et Y du point P. Reconnaître et construire la courbe décrite par le point P.

DEUXIÈME EXERCICE

On considère la fonction f de la variable réelle x définie par la relation

$$f(x) = \sqrt[3]{x^3 - 4x^2 + 5x}.$$

1° Étudier les variations de f et construire la courbe représentative.

2° Déterminer les nombres réels a et b pour que la série numérique de terme général

$$u_n = \sqrt[3]{n^3 - 4n^2 + 5n} - \sqrt{n^2 + an + b}$$

soit convergente.

TROISIÈME EXERCICE

On considère l'équation différentielle du second ordre (E) $xy''(x) + 2y'(x) - xy(x) = 0$.

On recherche les solutions de (E) développables en série entière. On pose $y = \sum_0^{\infty} a_n x^n$.

1° Former une relation de récurrence entre les coefficients. Exprimer a_n en fonction de n.

2° Après avoir précisé le domaine de convergence, montrer que les sommes des séries précédentes s'expriment, pour x non nul, à l'aide de fonctions simples.

QUATRIÈME EXERCICE

L'espace affine euclidien de dimension 3 est rapporté à un repère orthonormé direct $Oxyz$. On considère le système différentiel linéaire (S) et la matrice associée A :

$$(S)\ \begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 2x - y - z \\ \dfrac{dy}{dt} = -x + 2y - z \\ \dfrac{dz}{dt} = -x - y + 2z \end{cases} \qquad A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

1° Déterminer les valeurs propres de la matrice A.

Déterminer une base orthogonale de vecteurs propres.

2° Déterminer la solution générale du système (S).

Préciser la nature des courbes intégrales.

CINQUIÈME EXERCICE

Le repère étant orthonormé et a étant un nombre strictement positif, on considère le domaine de l'espace, D, défini par les inégalités :

$$0 \leqslant z \leqslant \sqrt{x^2 + y^2} \quad \text{et} \quad x^2 + y^2 - 2ax \leqslant 0.$$

1° Calculer son volume.

2° En supposant ce domaine rempli d'une matière homogène et de masse totale M, calculer son moment d'inertie par rapport à la droite $x = y = 0$.

×76×
ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DES ARTS ET METIERS
Epreuve nº I
1977

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail